

Parcial de Lógica

Lógica y Computabilidad

Primer cuatrimestre 2020

El parcial tiene una duración de cuatro horas. Se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clases prácticas y teóricas. En el caso de usar resultados de las guías de ejercicios, deben enunciar explícitamente el resultado. Todas sus respuestas deben estar justificadas.

Ejercicio 1. Probar que para cada número natural $k \geq 1$ existe un conjunto satisfactible Γ de fórmulas de la lógica proposicional tal que existen exactamente k valuaciones que satisfacen a Γ .

Ejercicio 2. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden con igualdad y un símbolo de función unaria f . Consideremos la \mathcal{L} -estructura $I = (\mathbb{C}, f_I)$, donde el universo son los números complejos, y la interpretación del símbolo f es la función elevar al cuadrado: $f_I(z) = z^2$. Demostrar que

- (a) Cada uno de los elementos $0, 1 \in \mathbb{C}$ es distinguible.
- (b) El conjunto $A = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 : z \neq w \text{ y } z \text{ es el inverso aditivo de } w\}$ es expresable.

Ejercicio 3. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden con un símbolo de relación binario E . Una \mathcal{L} -estructura \mathcal{M} , se puede interpretar como un grafo con conjunto de aristas $E_{\mathcal{M}}$. Sea el sistema SQ_{network} que extiende la axiomatización SQ con las siguientes fórmulas:

$$\begin{array}{ll} \textbf{fuente} & (\exists x)((\exists y)E(x, y) \wedge (\forall z)\neg E(z, x)) \\ \textbf{sumidero} & (\exists x)((\exists y)E(y, x) \wedge (\forall z)\neg E(x, z)) \end{array}$$

Demuestre que SQ_{network} es correcto y no completo respecto a la siguiente estructura \mathcal{M} .

